Policz w głowie

$|x-4| \leqslant 3$ — $-3 \leqslant x-4 \leqslant 3$, więc $x \in \langle 1, 7\rangle$

$|x+5| > 2$ — $x+5 < -2$ lub $x+5 > 2$, więc $x \in (-\infty, -7) \cup (-3, \infty)$

$|3-2x| \leqslant 5$ — $-5 \leqslant 3-2x \leqslant 5$, po podzieleniu przez -2 znaki się odwracają: $x \in \langle -1, 4\rangle$

$|x| < -1$ — moduł nie bywa ujemny, więc brak rozwiązań

Brak w karcie wzorów

Moduł mniejszy lub większy od wyrażenia

$$|f(x)| < g(x) \iff -g(x) < f(x) < g(x)$$
$$|f(x)| > g(x) \iff f(x) < -g(x) \text{ lub } f(x) > g(x)$$

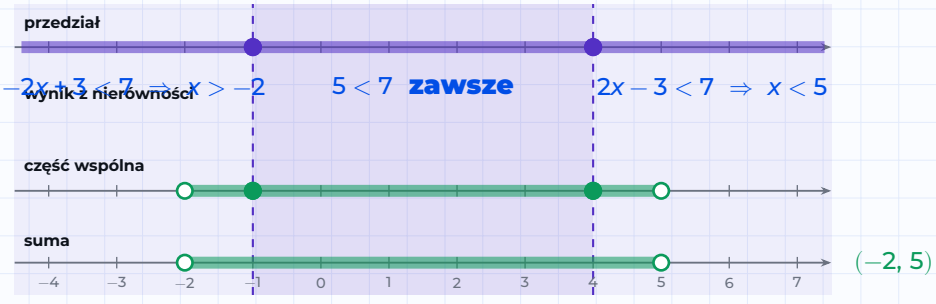
to uogólnienie wzoru z liczbą c: zamiast liczby stoi wyrażenie $g(x)$. Równoważności są prawdziwe dla **każdego** $g(x)$, także ujemnego, więc znaku g nie trzeba osobno badać. Podwójną nierówność rozbijasz na dwie, rozwiązujesz każdą i bierzesz część wspólną.



1 Zdejmuję moduły w każdym przedziale i rozwiązuję nierówność

2 Biorę część wspólną wyniku z przedziałem tego przypadku

3 Łączę przypadki sumą, czyli zbiorem „lub”



nierówność $|x+1| + |x-4| < 7$: w każdym przedziale rozwiązujesz nierówność, bierzesz część wspólną z przedziałem, a na końcu składasz wyniki w jedną sumę

Pierwsza lekcja z korepetytorem jest za darmo

Wolisz przejść ten temat z kimś? Zeskanuj kod i umów darmową lekcję próbną online w Solve.

1 Start

rozgrzewka: jedna rzecz naraz, rób po kolei

Zadanie C1. (0--6) START

wymaganie III.R4

9 min *Cel: „<" daje odcinek, „>" dwie półproste, końce tylko przy znaku nieostrym*

Rozwiąż nierówność. Zbiór rozwiązań zapisz w postaci przedziału albo sumy przedziałów.

a) $|x-4| \leqslant 3$ **b)** $|x+5| > 2$ **c)** $|2x| < 6$

d) $|3x| \geqslant 12$ **e)** $|x+0{,}5| < 1{,}5$ **f)** $|x-10| \geqslant 0$

ROZWIĄZANIE

Zadanie C2. (0--6) START

wymaganie III.R4

11 min *Cel: $|ax+b| < c$ to nierówność podwójna, a dzielenie przez liczbę ujemną odwraca znaki*

Rozwiąż nierówność. Zbiór rozwiązań zapisz w postaci przedziału albo sumy przedziałów.

a) $|2x-1| < 5$ **b)** $|3x+3| \leqslant 9$ **c)** $|4x-2| \geqslant 6$

d) $|5-x| < 3$ **e)** $|-2x+4| > 2$ **f)** $\left|\frac{1}{2}x+1\right| \leqslant 2$

ROZWIĄZANIE

Zadanie C2. (0--6) START

wymaganie III.R4

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Plan: Zapisuję nierówność bez modułu, a potem rozwiązuję ją jak liniową. Gdy dzielę przez liczbę ujemną, odwracam znaki.

Brak w karcie wzorów

1. **a)** Zapisuję nierówność podwójną $-5 < 2x - 1 < 5$. Dodaję 1: $-4 < 2x < 6$. Dzielę przez 2, czyli liczbę dodatnią, więc znaki zostają: $x \in (-2, 3)$.
2. **b)** Zapisuję $-9 \leqslant 3x + 3 \leqslant 9$. Odejmuję 3: $-12 \leqslant 3x \leqslant 6$. Dzielę przez 3: $x \in \langle -4, 2\rangle$.
3. **c)** Znak „$\geqslant$” daje dwa przypadki: $4x - 2 \geqslant 6$ lub $4x - 2 \leqslant -6$. Z pierwszego $4x \geqslant 8$, więc $x \geqslant 2$. Z drugiego $4x \leqslant -4$, więc $x \leqslant -1$. Zatem $x \in (-\infty, -1\rangle \cup \langle 2, \infty)$.
4. **d)** Zauważam, że $|5 - x| = |x - 5|$, bo odległość nie zależy od kolejności. Zapisuję $-3 < x - 5 < 3$ i dodaję 5: $x \in (2, 8)$.
5. **e)** Znak „$>$” daje dwa przypadki. Z $-2x + 4 > 2$ mam $-2x > -2$ i po dzieleniu przez -2 odwracam znak: $x < 1$. Z $-2x + 4 < -2$ mam $-2x < -6$ i po odwróceniu znaku $x > 3$. Zatem $x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$.
6. **f)** Zapisuję $-2 \leqslant \frac{1}{2}x + 1 \leqslant 2$. Odejmuję 1: $-3 \leqslant \frac{1}{2}x \leqslant 1$. Mnożę przez 2 i znaki zostają: $x \in \langle -6, 2\rangle$.

Sprawdzenie: w e) $x = 0$: $|-2 \cdot 0 + 4| = 4 > 2$ ✓, a $x = 2$: $|0| = 0 > 2$ jest fałszem, więc 2 poza zbiorem ✓

Odpowiedź: a) $(-2, 3)$**; b)** $\langle -4, 2\rangle$**; c)** $(-\infty, -1\rangle \cup \langle 2, \infty)$**; d)** $(2, 8)$**; e)** $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$**; f)** $\langle -6, 2\rangle$

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Środek i promień. Wyrażenie $|ax + b| < c$ wygodnie zamienić na $|x - s| < r$. W b) $|3x + 3| \leqslant 9$ to $|x + 1| \leqslant 3$, czyli środek -1 i promień 3: od -4 do 2.

Pułapka: w e) po dzieleniu przez -2 znaki się odwracają, więc z $-2x > -2$ wychodzi $x < 1$, a nie $x > 1$.

Zadanie C3. (0--4) START

wymaganie III.R4

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Plan: Moduł jest zawsze nieujemny. Dlatego liczba ujemna po prawej stronie albo wyklucza wszystkie x, albo dopuszcza wszystkie, zależnie od znaku nierówności. Zero po prawej wymaga osobnego pomyślenia.

Brak w karcie wzorów

1. **a)** Moduł jest nieujemny, więc nie może być mniejszy od liczby ujemnej -2. Żadne x nie spełnia nierówności, więc zbiór jest pusty.
2. **b)** Moduł jest nieujemny, więc zawsze jest większy od -4. Spełnia to każde x: $\mathbb{R}$.