$\log_2 4 + \log_2 8$ —plus, to razy→ $\log_2(4 \cdot 8) = \log_2 32$

Policz w głowie

$\log_2(4 \cdot 8) = 2 + 3 = 5$	i rzeczywiście $\log_2 32 = 5$
$\log_3 9 + \log_3 3 = \log_3 27 = 3$	$9 \cdot 3 = 27$, a $27 = 3^3$
$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 6 = 1$	dwa brzydkie logarytmy, ładny wynik
$\log_{10} 20 + \log_{10} 5 = \log_{10} 100 = 2$	$20 \cdot 5 = 100$
$\log_4 2 + \log_4 8 = \log_4 16 = 2$	$2 \cdot 8 = 16$, a $16 = 4^2$

Logarytm ilorazu

jest w karcie wzorów

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

logarytm z ilorazu to **różnica**: logarytm licznika (góra) minus logarytm mianownika (dół). Kolejność ma znaczenie!

$\log_2 40 - \log_2 5$ —minus, to przez→ $\log_2 \frac{40}{5} = \log_2 8$

Policz w głowie

$\log_2 \frac{32}{4} = 5 - 2 = 3$	i rzeczywiście $\log_2 8 = 3$
$\log_3 54 - \log_3 2 = \log_3 27 = 3$	$54 : 2 = 27$
$\log_5 50 - \log_5 2 = \log_5 25 = 2$	$50 : 2 = 25$
$\log_2 3 - \log_2 12 = \log_2 \frac{1}{4} = -2$	mniejsza liczba przez większą daje ułamek, więc wynik jest ujemny
$\log_7 7 - \log_7 49 = 1 - 2 = -1$	to samo co $\log_7 \frac{1}{7} = -1$

SOLVE • KOREPETYCJE ONLINE

Pierwsza lekcja jest za darmo

Wolisz przejść ten temat z korepetytorem?
Zeskanuj kod, wybierz termin i umów darmową lekcję próbną.

DARMOWA LEKCJA PRÓBNA

korepetycjesolve.com

Zadanie C8. (0--2) START

wymaganie I.9

4 min *Cel: znajdź błąd w cudzym rozwiązaniu*

Każdy z uczniów popełnił błąd. Wskaż go i podaj poprawny wynik. Zapisz obliczenia.

a) Kasia: $\log_3 6 + \log_3 4 = \log_3 10$.

b) Bartek: $\log_2 48 - \log_2 3 = \dfrac{\log_2 48}{\log_2 3}$.

ROZWIĄZANIE

Zadanie C9. (0--4) START

wymaganie I.9

4 min *Cel: wzór na literach: nie musisz znać x ani y*

Wiadomo, że $\log_a x = 3$ i $\log_a y = 5$ (gdzie $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y > 0$). Oblicz. Zapisz obliczenia.

a) $\log_a(xy)$

b) $\log_a \frac{x}{y}$

c) $\log_a \frac{y}{x}$

d) $\log_a(a \cdot x)$

ROZWIĄZANIE

Zadanie C10. (0--4) START

wymaganie V.14

4 min *Cel: logarytm iloczynu w życiu: bity*

Informatyk liczy tak: żeby zapisać jedną z N możliwości, potrzeba $\log_2 N$ bitów. Kod w grze to jedna z 8 liter i jeden z 32 symboli. Zapisz obliczenia.

a) Oblicz, ile bitów potrzeba na samą literę, a ile na sam symbol.

b) Oblicz, ile jest wszystkich kodów (litera i symbol) i ile bitów potrzeba na cały kod. Porównaj wynik z a).

ROZWIĄZANIE

Odpowiedź: a) 8; b) −2; c) 2; d) 4

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Podstaw liczby próbne. Jeśli nie ufasz literom, zamień je na konkretne: $a = 2$, $x = 8$, $y = 32$. Policz wszystko liczbowo i porównaj. To najlepsza kontrola przy zadaniach „na literach".

Podpunkty b) i c) to lustro: zamiana licznika z mianownikiem zmienia tylko **znak** wyniku, czyli −2 i 2.

Pułapka: $\log_a \frac{x}{y}$ to $\log_a x - \log_a y$ (pierwszy minus drugi), a $\log_a \frac{y}{x}$ to odwrotnie, bo kolejność ma znaczenie.

Zadanie C10. (0--4) START

wymaganie V.14

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Co wiemy: liczba bitów na N możliwości to $\log_2 N$, a liter jest 8, symboli 32.

Plan: Liczę bity z definicji logarytmu, a potem sprawdzam, że bity dla całego kodu to suma bitów obu części. To dokładnie wzór na logarytm iloczynu. *jest w karcie wzorów*

1. **a)** Dla litery mam $\log_2 8 = 3$, bo $2^3 = 8$. Dla symbolu mam $\log_2 32 = 5$, bo $2^5 = 32$. Potrzeba więc 3 bitów na literę i 5 bitów na symbol.
2. **b)** Każdą z 8 liter łączysz z każdym z 32 symboli, więc kodów jest $8 \cdot 32 = 256$.
3. Bity na cały kod to $\log_2 256 = 8$, bo $2^8 = 256$.
4. Porównuję: $8 = 3 + 5$, czyli $\log_2(8 \cdot 32) = \log_2 8 + \log_2 32$. To jest dokładnie wzór z tej lekcji.

Odpowiedź: a) 3 bity i 5 bitów; b) 256 kodów, 8 bitów, czyli 3 + 5

Schemat oceniania *jak sprawdza egzaminator CKE*

- **1 pkt** Poprawne obliczenie bitów na literę (3) i na symbol (5).
- **2 pkt** Poprawna liczba wszystkich kodów: 256.
- **3 pkt** Poprawna liczba bitów na cały kod: 8.
- **4 pkt** Poprawne porównanie: 8 = 3 + 5 (bity się dodają, bo liczby kodów się mnoży).

Obniża ocenę: dodanie liczb zamiast pomnożenia (8 + 32 = 40 kodów).

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Plus to razy, także w życiu. Dwa niezależne wybory (litera i symbol) łączą się *mnożeniem* możliwości, ale *dodawaniem* bitów. Dlatego informatyk używa logarytmu: zamienia mnożenie na dodawanie.

Kontrola: $2^3 \cdot 2^5 = 2^8 = 256$, czyli prawo mnożenia potęg z Niezbędnika.