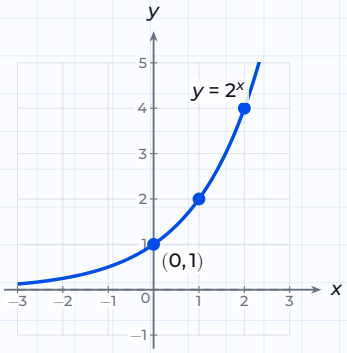
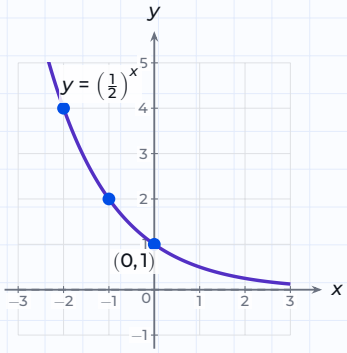




po lewej $a = 2 > 1$, funkcja rośnie, po prawej $a = \frac{1}{2} < 1$, funkcja maleje

Policz w głowie

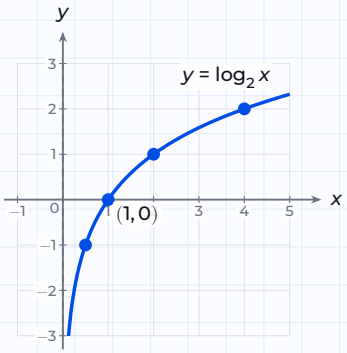
$f(x) = 3^x$: $f(-2) = \frac{1}{9}$	ujemny wykładnik to odwrotność
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$: $f(3) = \frac{1}{8}$	podstawa mniejsza od 1 daje funkcję malejącą
$2^x = -4$ nie ma rozwiązań	potęga jest zawsze dodatnia
$f(2) = 9 \Rightarrow a = 3$	bo $a^2 = 9$ i $a > 0$

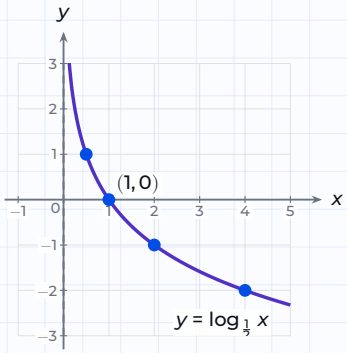
Brak w karcie wzorów

Funkcja logarytmiczna

$$g(x) = \log_a x: \quad D = (0, +\infty), \quad ZW = \mathbb{R}, \quad \text{asymptota } x = 0$$

wykres przechodzi przez punkty $(1,0)$ i $(a,1)$, bo $\log_a 1 = 0$ i $\log_a a = 1$. Dla $a > 1$ funkcja rośnie, a dla $0 < a < 1$ maleje. Przy zbliżaniu się do zera wykres opada (dla $a > 1$) albo wznosi się (dla $0 < a < 1$) coraz bardziej i nigdy nie dotyka osi OY, a w prawo rośnie coraz wolniej.





po lewej podstawa 2, po prawej $\frac{1}{2}$: te same punkty, ale z odwróconym znakiem drugiej współrzędnej

Pierwsza lekcja z korepetytorem jest za darmo

Wolisz przejść ten temat z kimś? Zeskanuj kod i umów darmową lekcję próbną online w Solve.

Zadanie C3. (0--4) START

wymaganie V.14

8 min *Cel: punkt na wykresie daje równanie $a^m = n$ na podstawę*

Wykres funkcji $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, przechodzi przez podany punkt. Wyznacz a.

a) $(2, 49)$

b) $(-1, 5)$

c) $\left(3, \frac{27}{8}\right)$

d) $(-2, 16)$

ROZWIĄZANIE

Zadanie C4. (0--4) START

wymaganie V.14

8 min *Cel: zbiór wartości i asymptota przesuwają się razem z wykresem*

Podaj zbiór wartości i równanie asymptoty wykresu funkcji.

a) $f(x) = 2^x + 3$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$

c) $f(x) = -2^x$

d) $f(x) = 5 - 3^x$

ROZWIĄZANIE

Zadanie C5. (0--4) START

wymaganie V.14

8 min *Cel: dziedzina logarytmu, czyli liczba pod logarytmem musi być dodatnia*

Wyznacz dziedzinę funkcji.

a) $g(x) = \log_2(x - 3)$

b) $g(x) = \log_3(5 - x)$

c) $g(x) = \log_5(2x + 4)$

d) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(6 - 3x)$

ROZWIĄZANIE

4 **d)** Punkt $(-2,16)$ daje równanie $a^{-2} = 16$, czyli $\frac{1}{a^2} = 16$. Odwracam obie strony: $a^2 = \frac{1}{16}$. Podstawa musi być dodatnia, więc $a = \frac{1}{4}$.

Sprawdzenie: w d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$ ✓

Odpowiedź: a) 7; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{1}{4}$

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Odwracanie. Przy ujemnym wykładniku odwracam obie strony: z $a^{-2} = 16$ robi się $a^2 = \frac{1}{16}$. Potem szukam liczby, której kwadrat to $\frac{1}{16}$.

Pułapka: w d) odpowiedzią jest $a = \frac{1}{4}$, a nie $-\frac{1}{4}$: podstawa funkcji wykładniczej musi być **dodatnia**.

Zadanie C4. (0--4) START

wymaganie V.14

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Plan: Zbiór wartości samej potęgi a^x to $(0,+\infty)$, a jej asymptota to $y = 0$. Liczba dodana na zewnątrz przesuwa wartości i asymptotę, a minus przed potęgą odbija wykres względem osi OX.

1 **a)** Mam $2^x > 0$. Dodaję 3 do obu stron: $2^x + 3 > 3$. Zbiór wartości to $(3,+\infty)$, a asymptota to $y = 3$.

2 **b)** Mam $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 0$. Odejmuję 2 od obu stron: $\left(\frac{1}{3}\right)^x - 2 > -2$. Zbiór wartości to $(-2,+\infty)$, a asymptota to $y = -2$.

3 **c)** Mam $2^x > 0$. Mnożę przez -1 i odwracam nierówność: $-2^x < 0$. Zbiór wartości to $(-\infty,0)$, a asymptota to $y = 0$.

4 **d)** Mam $3^x > 0$, więc po pomnożeniu przez -1 dostaję $-3^x < 0$. Dodaję 5 do obu stron: $5 - 3^x < 5$. Zbiór wartości to $(-\infty,5)$, a asymptota to $y = 5$.

Sprawdzenie: w d) dla $x = 0$ mamy $5 - 1 = 4 < 5$, a dla $x = -10$ wartość jest bliska 5 ✓

Odpowiedź: a) $(3,+\infty)$, $y = 3$; b) $(-2,+\infty)$, $y = -2$; c) $(-\infty,0)$, $y = 0$; d) $(-\infty,5)$, $y = 5$

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Nierówność krok po kroku. Zaczynam od $3^x > 0$, mnożę przez -1 i zmieniam znak nierówności, a potem dodaję 5. Asymptota to liczba, do której wartości się zbliżają.

Pułapka: w d) po pomnożeniu przez -1 nierówność się **odwraca**: $-3^x < 0$, a więc zbiór wartości sięga w dół, a nie w górę.