Policz w głowie

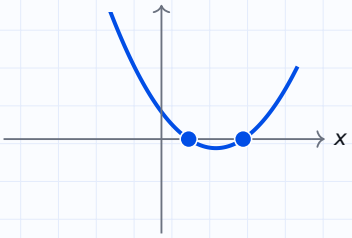
$mx^2 + 2x + 1 = 0, \quad m = 0$	zostaje $2x + 1 = 0$: jedno rozwiązanie $x = -\frac{1}{2}$
$(m-2)x^2 + 4 = 0, \quad m = 2$	zostaje $4 = 0$: **brak** rozwiązań
$(m+1)x^2 + (m+1)x = 0, \quad m = -1$	zostaje $0 = 0$: **nieskończenie wiele** rozwiązań
$(m^2-4)x^2 + x + 1 = 0$	$a \neq 0$ dla $m \neq -2$ i $m \neq 2$ (obie wartości wykluczam)

Brak w karcie wzorów

Znaki pierwiastków

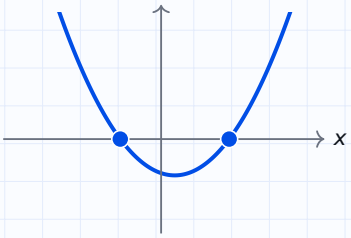
$x_1x_2 > 0 \Rightarrow$ ten sam znak $\quad x_1x_2 < 0 \Rightarrow$ różne znaki

iloczyn $\frac{c}{a}$ mówi, czy pierwiastki leżą po tej samej stronie zera. Gdy po tej samej, to **suma** $-\frac{b}{a}$ mówi, po której: dodatnia suma to dwa plusy, ujemna to dwa minusy. Zawsze dopisujesz też $\Delta > 0$, bo bez niego pierwiastków może w ogóle nie być.



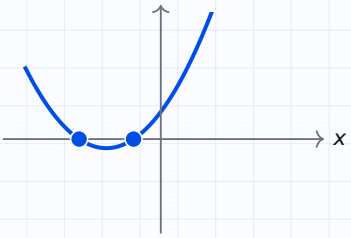
oba dodatnie

$\Delta > 0,\ x_1x_2 > 0,\ x_1 + x_2 > 0$



różnych znaków

$x_1x_2 < 0$ (wystarcza)



oba ujemne

$\Delta > 0,\ x_1x_2 > 0,\ x_1 + x_2 < 0$

trzy położenia pierwiastków względem zera i warunki, które je rozpoznają bez liczenia pierwiastków

CHCEMY, ŻEBY RÓWNANIE MIAŁO	Δ	x_1x_2	$x_1 + x_2$
dwa różne pierwiastki	> 0		
jeden pierwiastek (podwójny)	$= 0$		
brak pierwiastków	< 0		
dwa różne pierwiastki dodatnie	> 0	> 0	> 0
dwa różne pierwiastki ujemne	> 0	> 0	< 0
dwa pierwiastki różnych znaków	wynika	< 0	

tabela warunków: wpisujesz, czego chce zadanie, a potem zamieniasz każdy warunek na nierówność z m

Zadanie B7. (0--1) START

wymaganie III.R5

3 min *Cel: dwa różne pierwiastki to $\Delta > 0$, ostra nierówność*

Równanie $x^2 - 6x + m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste dla *Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

A. $m > 9$ **B.** $m \leqslant 9$ **C.** $m < 9$ **D.** $m < -9$

ROZWIĄZANIE

Zadanie B8. (0--1) START

wymaganie III.R5

3 min *Cel: jedno rozwiązanie to $\Delta = 0$, a to równanie kwadratowe ma dwie wartości m*

Równanie $x^2 + mx + 4 = 0$ ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste. Wtedy *Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

A. $m = 4$ **B.** $m = -4$ lub $m = 4$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 16$

ROZWIĄZANIE

Zadanie B9. (0--1) START

wymaganie III.R5

3 min *Cel: format P/F, sprawdź deltę i znaki osobno*

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Równanie $x^2 - 2x + 5 = 0$ ma dwa pierwiastki dodatnie, bo ich suma i iloczyn są dodatnie. P ☐ F ☐

Równanie $x^2 + 3x - 1 = 0$ ma dwa pierwiastki różnych znaków. P ☐ F ☐

Równanie $x^2 + 5x + 6 = 0$ ma dwa pierwiastki ujemne. P ☐ F ☐

ROZWIĄZANIE

Zadanie B8. (0--1) START

wymaganie III.R5

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

1. Równanie $x^2 + mx + 4 = 0$ ma $a = 1$, więc jest kwadratowe dla każdego m. Jedno rozwiązanie to $\Delta = 0$.
2. Liczę $\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = m^2 - 16$ i przyrównuję do zera: $m^2 = 16$, więc $m = -4$ lub $m = 4$. To odpowiedź B.

Sprawdzenie: dla $m = 4$: $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$; dla $m = -4$: $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$. W obu jest jedno rozwiązanie ✓

Skąd się biorą złe odpowiedzi

A. $m = 4$ to połowa odpowiedzi: równanie $m^2 = 16$ ma dwa rozwiązania.

C. $m = 2$ daje $\Delta = 4 - 16 = -12 < 0$, czyli brak rozwiązań.

D. $m = 16$ powstaje, gdy z $m^2 = 16$ zapomnisz o pierwiastku kwadratowym.

Odpowiedź: B

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Rozkład na czynniki. Delta $m^2 - 16 = (m-4)(m+4)$ jest zerem dla dwóch wartości. Parametr, który występuje w kwadracie, prawie zawsze daje dwie wartości.

Pułapka: równanie $m^2 = 16$ ma dwa rozwiązania, więc odpowiedź z jedną wartością m jest niepełna.

Zadanie B9. (0--1) START

wymaganie III.R5

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

1. **1.** Dla $x^2 - 2x + 5 = 0$ mamy $\Delta = 4 - 20 = -16 < 0$, więc równanie **nie ma** pierwiastków. Zdanie jest fałszywe: **F**. Suma 2 i iloczyn 5 są dodatnie, ale to nie wystarcza.
2. **2.** Dla $x^2 + 3x - 1 = 0$ mamy $\Delta = 9 + 4 = 13 > 0$ oraz $x_1 x_2 = -1 < 0$. Pierwiastki mają różne znaki. Zdanie jest prawdziwe: **P**.
3. **3.** Dla $x^2 + 5x + 6 = 0$ mamy $\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$, $x_1 x_2 = 6 > 0$ oraz $x_1 + x_2 = -5 < 0$. Oba pierwiastki są ujemne (-2 i -3). Zdanie jest prawdziwe: **P**.

Odpowiedź: F, P, P (1 pkt tylko za wszystkie trzy poprawne oceny)

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Test na przykładzie. W zdaniu 3 rozłóż: $(x+2)(x+3) = 0$, więc pierwiastki to -2 i -3, oba ujemne. Jedna liczba w przykładzie wystarcza, by zweryfikować zdanie.