

wzór z karty CKE: trzy części, w każdej jedna rzecz do zapamiętania

Policz w głowie

$x^2 - 5x + 4$: $\Delta = 9$, $x = \frac{5 \mp 3}{2}$ — $x_1 = 1$, $x_2 = 4$

$x^2 + x - 2$: $\Delta = 9$, $x = \frac{-1 \mp 3}{2}$ — $x_1 = -2$, $x_2 = 1$

$x^2 - 6x + 5$: $\Delta = 16$, $x = \frac{6 \mp 4}{2}$ — $x_1 = 1$, $x_2 = 5$

$2x^2 - x - 1$: $\Delta = 9$, $x = \frac{1 \mp 3}{4}$ — $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 1$, dzielisz przez $2a = 4$

Jedno rozwiązanie, gdy $\Delta = 0$

jest w karcie wzorów

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

to ten sam wzór co wyżej, tylko $\sqrt{0} = 0$, więc „minus" i „plus" dają ten sam wynik. Z dwóch rozwiązań robi się jedno, które ma nazwę x_0.

Policz w głowie

$x^2 + 6x + 9$: $x_0 = \frac{-6}{2}$ — $x_0 = -3$, bo $\Delta = 36 - 36 = 0$

$x^2 - 2x + 1$: $x_0 = \frac{2}{2}$ — $x_0 = 1$, bo $-b = -(-2) = 2$

$4x^2 + 20x + 25$: $x_0 = \frac{-20}{8}$ — $x_0 = -\frac{5}{2}$, bo $\Delta = 400 - 400 = 0$

$-x^2 + 4x - 4$: $x_0 = \frac{-4}{-2}$ — $x_0 = 2$, minus w mianowniku też się liczy

Brak w karcie wzorów

Delta nie jest kwadratem liczby całkowitej

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{4 \mp 2\sqrt{3}}{2} = 2 \mp \sqrt{3}$$

gdy Δ nie jest kwadratem, zostawiasz pierwiastek, ale najpierw go **upraszczasz**, wyciągając największy kwadrat przed znak. Potem skracasz ułamek, dzieląc przez mianownik **każdy** wyraz licznika. Takie wyniki są normalne i nie świadczą o błędzie.

Zadanie B9. (0--3) START

wymaganie III.4

8 min *Cel: zagadka liczbowa zamieniona na równanie kwadratowe*

Pomyślałem liczbę. Kwadrat tej liczby zwiększony o jej pięciokrotność jest równy 14.

a) Zapisz równanie opisujące tę sytuację w postaci $ax^2 + bx + c = 0$.

b) Wyznacz wszystkie liczby, które mogłem pomyśleć.

c) Sprawdź jedną z nich w warunkach zadania.

ROZWIĄZANIE

Zadanie B10. (0--1) START

wymaganie III.4

3 min *Cel: format P/F, każde zdanie sprawdź osobno*

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Dla trójmianu $x^2 - 3x - 4$ wyróżnik jest równy 25. P ☐ F ☐

Równanie $x^2 + 6x + 10 = 0$ ma dwa rozwiązania. P ☐ F ☐

Liczba $\frac{10 - 6\sqrt{2}}{2}$ jest równa $5 - 3\sqrt{2}$. P ☐ F ☐

Zadanie B11. (0--6) START

wymaganie III.4

8 min *Cel: jedno rozwiązanie to $\Delta = 0$, a gdy m jest w b, wychodzą dwie wartości*

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których podane równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

a) $x^2 - 8x + m = 0$ **b)** $x^2 + 10x + m = 0$ **c)** $2x^2 - 12x + m = 0$

d) $x^2 + mx + 25 = 0$ **e)** $x^2 - mx + 1 = 0$ **f)** $4x^2 + mx + 9 = 0$

ROZWIĄZANIE

Odpowiedź: P, F, P (1 pkt tylko za wszystkie trzy poprawne oceny)

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Kwadrat dodatni. W drugim zdaniu $b^2 = 36$ i $4ac = 40$, więc $\Delta < 0$. Wystarczy porównać 36 z 40, bez żadnych pierwiastków.

Pułapka: w trzecim zdaniu trzeba podzielić oba wyrazy licznika, więc $\frac{10-6\sqrt{2}}{2}$ to nie $5-6\sqrt{2}$.

Zadanie B11. (0--6) START

wymaganie III.4

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Plan: Jedno rozwiązanie oznacza $\Delta = 0$. Liczę Δ z a, b, c i rozwiązuję równanie z niewiadomą m. *jest w karcie wzorów*

1. **a)** Odczytuję $a = 1$, $b = -8$, $c = m$. Jedno rozwiązanie oznacza $\Delta = 0$, a $\Delta = 64 - 4m$. Z równania $64 - 4m = 0$ dostaję $m = 16$.
2. **b)** Odczytuję $a = 1$, $b = 10$, $c = m$. Jedno rozwiązanie to $\Delta = 100 - 4m = 0$, więc $4m = 100$ i $m = 25$.
3. **c)** Tym razem $a = 2$, więc w Δ stoi $4ac = 8m$. Mam $\Delta = 144 - 8m = 0$, czyli $8m = 144$ i $m = 18$.
4. **d)** Parametr jest teraz w b, więc w Δ pojawia się m^2: $\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = m^2 - 100 = 0$. Równanie $m^2 = 100$ ma dwa rozwiązania, więc $m = -10$ albo $m = 10$.
5. **e)** Mam $b = -m$, więc $b^2 = m^2$. Wtedy $\Delta = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = m^2 - 4 = 0$, czyli $m^2 = 4$. Zatem $m = -2$ albo $m = 2$.
6. **f)** Odczytuję $a = 4$, $b = m$, $c = 9$. Wtedy $\Delta = m^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = m^2 - 144 = 0$, czyli $m^2 = 144$. Zatem $m = -12$ albo $m = 12$.

Sprawdzenie: w d) dla $m = 10$ równanie to $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 = 0$, czyli jedno rozwiązanie $x = -5$ ✓

Odpowiedź: a) 16; **b)** 25; **c)** 18; **d)** ± 10; **e)** ± 2; **f)** ± 12

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Kwadrat zupełny. Gdy m stoi w wyrazie wolnym, równanie z jednym rozwiązaniem to kwadrat zupełny: $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$ daje $m = 16$, czyli $\left(\frac{b}{2}\right)^2$.

Pułapka: w d), e), f) parametr jest w b, więc Δ zawiera m^2 i są **dwie** wartości. Podanie jednej to błąd.