Policz w głowie

$a_n = n^2,\ a_5 = 25$	numer 5 do kwadratu
$a_n = 10 - n,\ a_{12} = -2$	wyraz może być ujemny, numer nie
$a_n = 2^n,\ a_6 = 64$	sześć dwójek pomnożonych
$a_n = \frac{n}{n+1},\ a_3 = \frac{3}{4}$	trójka na górze i na dole
$a_n = 2^{n-1},\ a_1 = 1$	$2^0 = 1$

NUMER n	1	2	3	4	5	6
OBLICZENIE	$3\cdot1-1$	$3\cdot2-1$	$3\cdot3-1$	$3\cdot4-1$	$3\cdot5-1$	$3\cdot6-1$
WYRAZ a_n	2	5	8	11	14	17

tabela dla wzoru $a_n = 3n - 1$: w górnym wierszu numery, w dolnym wyrazy ciągu

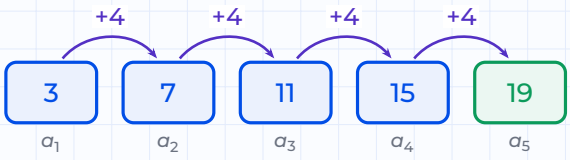
$a_n = 3n - 1$ —(wstawiam $n = 6$ w miejsce n)→ $a_6 = 3 \cdot 6 - 1 = 17$

Brak w karcie wzorów

Który wyraz jest równy danej liczbie?

$a_n = k \implies$ rozwiązuję równanie z niewiadomą n

przyrównujesz wzór do liczby i liczysz n. Jeśli n wyjdzie **liczbą naturalną** $(1, 2, 3, \dots)$, to jest numer wyrazu. Jeśli wyjdzie ułamek, zero albo liczba ujemna, to taka liczba **nie jest** wyrazem ciągu.



dla $a_n = 4n - 1$ liczba 19 stoi na piątym miejscu: z $4n - 1 = 19$ wychodzi $n = 5$

Policz w głowie

$2n + 1 = 21$	$2n = 20$, więc $n = 10$, to a_{10}
$3n = 20$	$n = \frac{20}{3}$, więc 20 nie jest wyrazem
$n^2 = 49$	$n = 7$ albo $n = -7$, zostaje 7
$n + 5 = 3$	$n = -2$, nie ma takiego numeru

Zadanie AM4. (0--1) POZIOM 2

wymaganie VI.1

4 min *Cel: a_{n+1} to wstawienie nawiasu $(n+1)$ w każde n, a nie dopisanie jedynki*

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = n^2 - 2n + 4$ dla $n \geqslant 1$. Wyraz a_{n+1} jest równy

Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $n^2 + 5$ **B.** $n^2 + 3$ **C.** $n^2 - 2n + 5$ **D.** $n^2 - 2n + 3$

ROZWIĄZANIE

Zadanie AM5. (0--1) POZIOM 2

wymaganie VI.1

4 min *Cel: format P/F, a wzór jest iloczynem, więc zera łatwo zobaczyć*

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (n-5)(n+1)$ dla $n \geqslant 1$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Trzeci wyraz ciągu (a_n) jest ujemny.	P ☐	F ☐
Wyraz a_7 jest równy 16.	P ☐	F ☐
Ciąg (a_n) ma dokładnie dwa wyrazy równe 0.	P ☐	F ☐

Zadanie AM6. (0--1) POZIOM 2

wymaganie VI.1

4 min *Cel: nierówność z kwadratem i tylko naturalne n*

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 60 - n^2$ dla $n \geqslant 1$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa

Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 8 **B.** 15 **C.** 7 **D.** 59

ROZWIĄZANIE

Skąd się biorą złe odpowiedzi

A. $n^2 + 5$ powstaje, gdy n zamieniono na $(n+1)$ tylko w kwadracie, a składnik $-2n$ zostawiono bez zmiany.

C. $n^2 - 2n + 5$ to $a_n + 1$: ktoś dopisał jedynkę na końcu zamiast wstawić nawias.

D. $n^2 - 2n + 3$ powstaje, gdy w kwadracie wstawiono $n^2 + 1$ zamiast $(n+1)^2$.

Odpowiedź: B

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Test liczbą. Weź $n = 1$: $a_2 = 4 - 4 + 4 = 4$. Teraz sprawdź odpowiedzi: B daje $1 + 3 = 4$, A daje $1 + 5 = 6$, C daje $1 - 2 + 5 = 4$. Dwie odpowiedzi pasują, więc weź jeszcze $n = 2$: $a_3 = 7$, B daje 7, a C daje 5. Zostaje B.

Pułapka: odpowiedź C to $a_n + 1$, a nie a_{n+1}. Dopisanie jedynki na końcu to najczęstszy błąd.

Zadanie AM5. (0--1) POZIOM 2

wymaganie VI.1

Rozwiązanie wzorcowe *tak zapisujesz w arkuszu*

Plan: Każde zdanie sprawdzam osobno, podstawiając numer do wzoru $a_n = (n-5)(n+1)$.

Brak w karcie wzorów

1. Pierwsze zdanie: wstawiam $n = 3$ do wzoru $a_n = (n-5)(n+1)$ i liczę każdy nawias osobno, $3 - 5 = -2$ oraz $3 + 1 = 4$. Zatem $a_3 = -2 \cdot 4 = -8 < 0$. Zdanie jest prawdziwe: **P**.
2. Drugie zdanie: wstawiam $n = 7$. Nawiasy to $7 - 5 = 2$ oraz $7 + 1 = 8$, więc $a_7 = 2 \cdot 8 = 16$. Zdanie mówi, że $a_7 = 16$, więc jest prawdziwe: **P**.
3. Trzecie zdanie: $(n-5)(n+1) = 0$ dla $n = 5$ albo $n = -1$. Numer -1 nie jest liczbą naturalną, więc zerem jest tylko a_5. Zdanie jest fałszywe: **F**.

Odpowiedź: P, P, F (1 pkt tylko za wszystkie trzy poprawne oceny)

Sposób ucznia *triki z korepetycji*

Wzór jako iloczyn. Wyraz jest zerem, gdy któryś nawias jest zerem, a ujemny, gdy nawiasy mają przeciwne znaki. Dla $n = 3$ nawiasy to -2 i 4, więc wyraz jest ujemny.

Pułapka: w trzecim zdaniu równanie ma dwa rozwiązania, ale liczy się tylko to, które jest numerem, czyli $n = 5$.